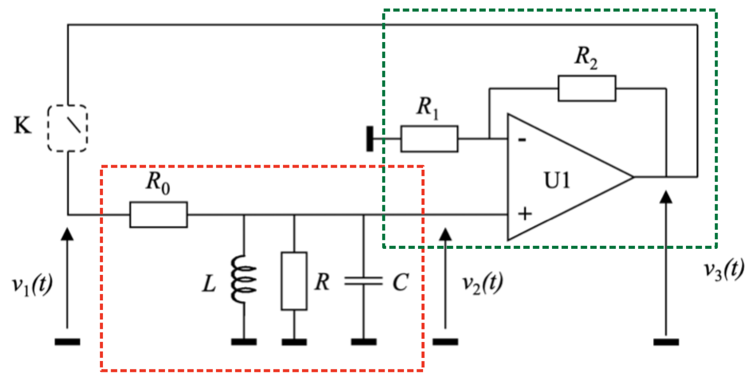
TDE3

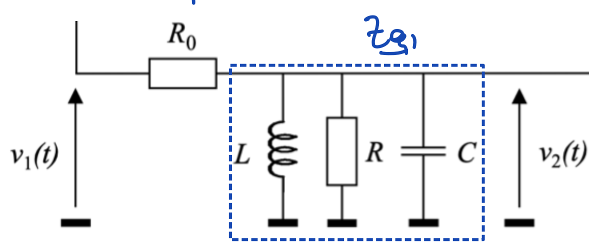
SF1 - alternatif



bloc ampli
$\underline{H_B}$

bloc passe-bande
$\underline{H_A}$

Pour le passe-bande :



Z_{eq_1} : $$\frac{1}{Z_{eq_1}} = \frac{1}{R} + \frac{1}{j\omega L} + j\omega C$$
$$= \frac{j\omega L + R - \omega^2 RLC}{Rj\omega L}$$

$$\underline{Z_{eq_1}} = \frac{Rj\omega L}{j\omega L + R - \omega^2 LRC}$$

Par le pont diviseur de tension :

$$\underline{v_2} = \underline{v_1} \times \frac{\underline{Z_{eq_1}}}{R_0 + \underline{Z_{eq_1}}} = \frac{\dfrac{Rj\omega L}{j\omega L + R - \omega^2 LRC}}{R_0 + \dfrac{Rj\omega L}{j\omega L + R - \omega^2 LRC}} \underline{v_1}$$

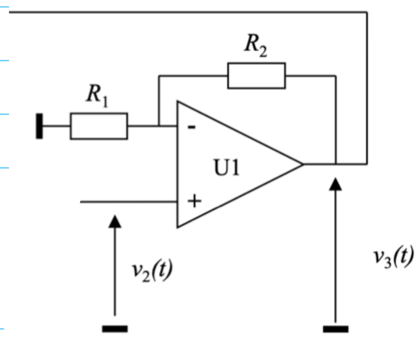
$$\underline{H_A} = \frac{Rj\omega L}{R_0(j\omega L + R - \omega^2 LRC) + Rj\omega L}$$

$$= \frac{Rj\omega L}{RR_0 + (R+R_0)j\omega L - \omega^2 LRR_0C} = \frac{R/(R+R_0)}{1 + \dfrac{RR_0}{(R+R_0)j\omega L} + j\omega \dfrac{RR_0C}{R+R_0}}$$

$$= \frac{H_0}{1 + jQ\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)} \quad \text{avec} \quad H_0 = \frac{R}{R+R_0}$$

et $\begin{cases} \dfrac{Q}{\omega_0} = \dfrac{RR_0C}{R+R_0} \\ \omega_0 Q = \dfrac{RR_0}{(R+R_0)L} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \omega_0^2 = \dfrac{1}{LC} \\ Q^2 = \left(\dfrac{RR_0}{R+R_0}\right)^2 \times \dfrac{C}{L} \end{cases}$

Pour l'amplificateur :



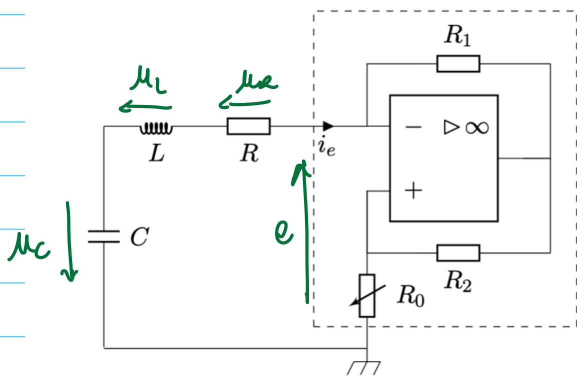
Cours !

$\underline{v_3} = \left(1 + \dfrac{R_2}{R_1}\right) \underline{v_2}$

$\underline{H_B} = 1 + \dfrac{R_2}{R_3}$

SF2

Par la loi des mailles : $e + u_R + u_L + u_c = 0$



càd $L\dfrac{di_e}{dt} + Ri_e - R_N i_e + u_c = 0$

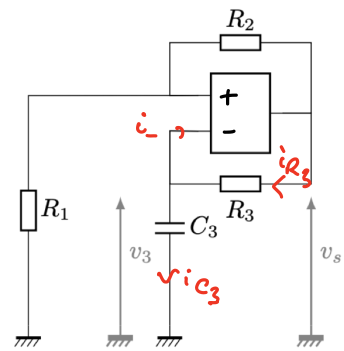
Or $i_e = C\dfrac{du_c}{dt}$

Donc
$$LC\frac{d^2u_c}{dt^2} + (R - R_N)C\frac{du_c}{dt} + u_c = 0$$

Les oscillations naissent si le système est instable, donc si $R_N > R$

Exercice 2 - Démarrage d'un multivibrateur astable compact

1) À $t=0$, l'énoncé dit que ε est positif. On est donc en saturation haute



ie $v_S = +V_{sat}$.

On a $v_S = v_3 + u_{R_3} = v_3 + R_3 i_{R_3}$

Ayant $i_- = 0$, on a $i_{R_3} = i_{C_3} = C_3 \dfrac{dv_3}{dt}$

On a donc

$$\boxed{+V_{sat} = v_3 + R_3 C_3 \frac{dv_3}{dt}}$$

On a donc $v_3(t) = \lambda e^{-t/\tau} + V_{sat}$ avec $\tau = R_3 C_3$

ayant $v_3(0) = 0$, on a $\boxed{v_3(t) = V_{sat}\left(1 - e^{-t/\tau}\right)}$

2) On a $\varepsilon = V_+ - V_-$

or la loi des noeuds en E^+ donne $\dfrac{v_S - v_+}{R_2} + \dfrac{0 - v_+}{R_1} = 0$

ie $v_+ = \dfrac{v_S}{R_2} \times \dfrac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = v_S \dfrac{R_1}{R_1 + R_2}$

Tant que l'ALI est en saturation haute : $v_+ = V_{sat} \dfrac{R_1}{R_1 + R_2}$

$v_- = V_{sat}\left(1 - e^{-t/\tau}\right)$

Donc $\varepsilon = V_{sat}\left(\dfrac{R_1}{R_1+R_2} - 1 + e^{-t/\tau}\right) = V_{sat}\left(\dfrac{-R_2}{R_1+R_2} + e^{-t/\tau}\right)$

On voit que $\varepsilon \xrightarrow[t \to \infty]{} -\dfrac{R_2}{R_1+R_2} V_{sat} < 0$.

ε étant continue, il existe t_1 tq $\varepsilon(t_1) = 0$. L'ALI bascule alors en saturation basse.

Déterminons t_1 :

$$\varepsilon(t_1) = V_{sat}\left(\alpha - 1 + e^{-t_1/\tau}\right) = 0$$

$$\text{ie} \quad e^{-t_1/\tau} = 1 - \alpha$$

$$\text{ie} \quad -\frac{t_1}{\tau} = \ln(1-\alpha)$$

$$\boxed{t_1 = \tau \ln\left(\frac{1}{1-\alpha}\right).}$$

3) À t_1, l'ALI bascule en saturation basse. On a donc

$$-V_{sat} = v_3 + R_3 C_3 \frac{dv_3}{dt} \quad \text{et} \quad v_+ = -V_{sat}\frac{R_1}{R_1+R_2} = -V_{sat}\alpha$$

Ce qui donne $v_3(t') = \lambda e^{-t'/\tau} - V_{sat}$

et $v_3(t'=0) = v_3(t=t_1^-) = V_{sat}\left(1 - e^{-t_1/\tau}\right) = V_{sat}\frac{R_1}{R_1+R_2}$

$= \lambda - V_{sat} \qquad\qquad = V_{sat}\,\alpha$

Donc $\lambda = V_{sat}(1+\alpha)$

et $$\boxed{v_3(t) = V_{sat}(1+\alpha)\,e^{-t'/\tau} - V_{sat}.}$$

4) On a $\varepsilon = v_+ - v_3 = -V_{sat}\,\alpha - V_{sat}(1+\alpha)e^{-t'/\tau} + V_{sat}$

$$= \underbrace{V_{sat}\left((1-\alpha) - \underbrace{(1+\alpha)e^{-t'/\tau}}_{\to 0}\right)}_{\longrightarrow\ >0}$$

il y aura donc bascule

Déterminons $t'_2 = t_2 - t_1$, quand il y a bascule :

$$\varepsilon(t'_2) = 0 = V_{sat}\left((1-\alpha) - (1+\alpha)\, e^{-t'_2/\tau}\right)$$

ie $$1-\alpha = (1+\alpha)\, e^{-t'_2/\tau}$$

ie $$-\frac{t'_2}{\tau} = \ln\left(\frac{1-\alpha}{1+\alpha}\right)$$

$$\boxed{t'_2 = \tau \ln\left(\frac{1+\alpha}{1-\alpha}\right)}$$

5) Pour $t > t_2$ on est en saturation haute.

On a alors à nouveau $+V_{sat} = v_3 + R_3 C_3 \frac{dv_3}{dt}$

Mais avec une nouvelle condition initiale :

Si $t'' = t - t_2$, on a $v_3(t''=0) = -\alpha V_{sat}$

Donc $$v_3(t'') = -(1+\alpha) V_{sat}\, e^{-t''/\tau} + V_{sat}$$

On a alors $$\varepsilon(t'') = +\alpha V_{sat} + (1+\alpha) V_{sat}\, e^{-t''/\tau} - V_{sat}$$

$$= \underbrace{(\alpha-1)}_{<0} V_{sat} + \underbrace{(1+\alpha) V_{sat}\, e^{-t''/\tau}}_{\xrightarrow[t''\to\infty]{} 0}$$

Donc ε va s'annuler à t_3. On sera alors exactement dans la même situation qu'à t_1. Le système étant régi par les mêmes équations, il aura le même comportement. On aura donc un comportement périodique.

6) Il faut déterminer t_3 :

$$(\alpha-1) V_{sat} + (1+\alpha) V_{sat}\, e^{-t''_3/\tau} = 0$$

ie $$e^{-t''_3/\tau} = \frac{1-\alpha}{1+\alpha} \quad \text{ie} \quad t''_3 = \tau \ln\left(\frac{1+\alpha}{1-\alpha}\right)$$

donc $t_3 = t_3'' + t_2 = \tau \ln\left(\frac{1+\alpha}{1-\alpha}\right) + t_2$

On a par ailleurs $T = t_3 - t_1$ (de t_1 à t_2 saturaᵒ basse, de t_2 à t_3 saturaᵒ haute)

$$= \underbrace{t_3 - t_2} + \underbrace{t_2 - t_1}_{= t_2'}$$

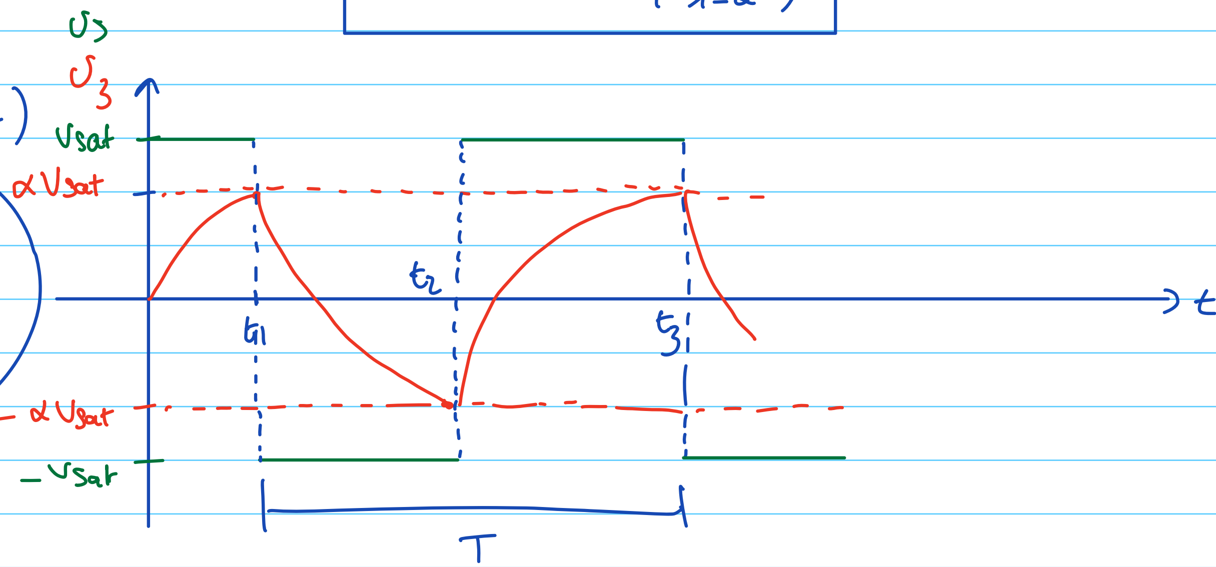
$$= \tau \ln\left(\frac{1+\alpha}{1-\alpha}\right) + t_2'$$

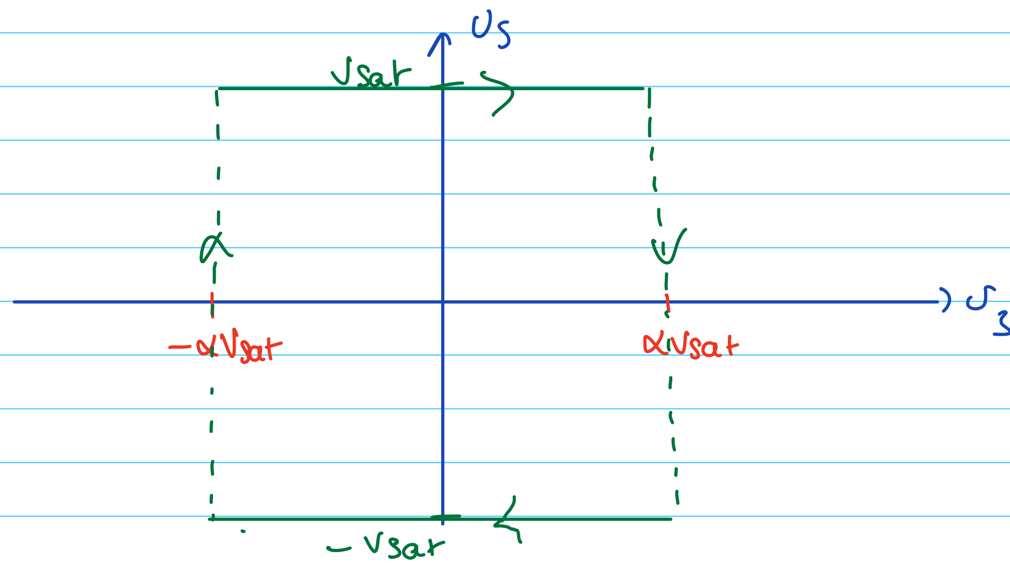
$$= \tau \ln\left(\frac{1+\alpha}{1-\alpha}\right) + \tau \ln\left(\frac{1+\alpha}{1-\alpha}\right)$$

$$\boxed{T = 2\tau \ln\left(\frac{1+\alpha}{1-\alpha}\right)}$$

7)

pas demandé mais outil à comprendre





Exercice 3 - Oscillateur sinus - cosinus (Eléments de réponse)

1) $\underline{H_1} = \dfrac{1+j\omega\tau_1}{j\omega\tau_1}$ $\underline{H_2} = -\dfrac{1}{j\omega\tau_2}$ $\underline{H_3} = \dfrac{1}{1+j\omega\tau_3}$

2) Critère de Barkhausen : $\underline{H_1} \times \underline{H_2} \times \underline{H_3} = 1$

$$\Rightarrow \begin{cases} \tau_1 \tau_2 \omega^2 = 1 \\ \tau_2 \tau_3 \omega^2 = 1 \end{cases} \Rightarrow \omega = \frac{1}{\sqrt{\tau_1 \tau_2}} \qquad \tau_1 = \tau_3$$

3) $\Delta\varphi = \dfrac{\pi}{2}$ → si une tension est un sinus, l'autre sera un cosinus (et inversement)

Exercice 4 - Oscillateur astable I - 2I

1) On oriente le condensateur en convention récepteur

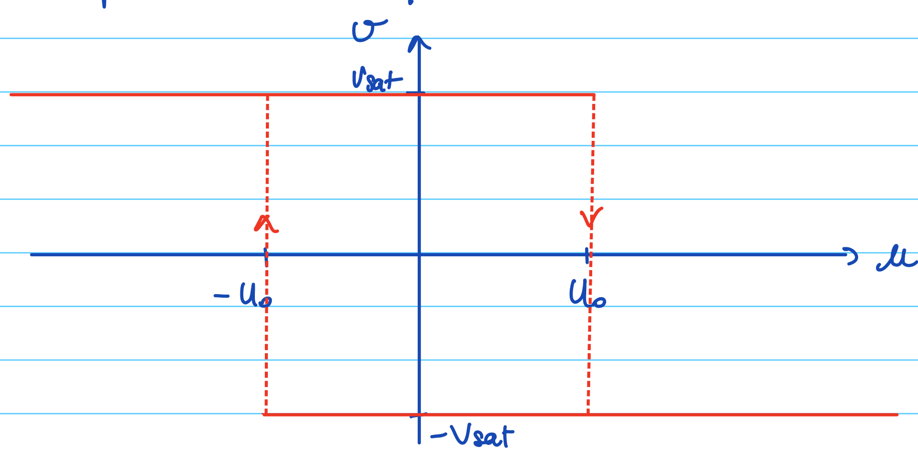
On a $2I_0 = I_0 + i_C$ ie $i_C = I_0$

Par ailleurs $\frac{du}{dt} = \frac{I_0}{C}$ d'où $\boxed{u(t) = \frac{I_0}{C} t + cste}$

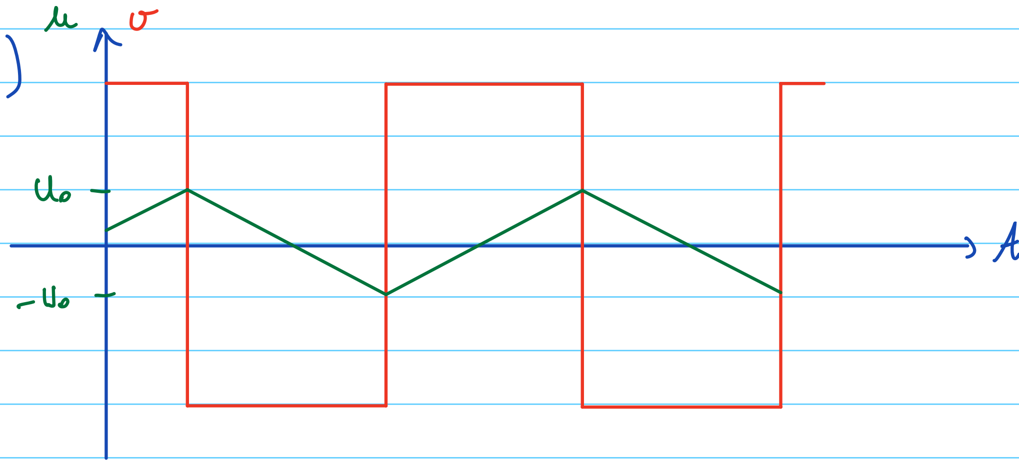
2) LdN : $0 = I_0 + i_C$ donc $i_C = - I_0$

$$\boxed{u(t) = - \frac{I_0}{C} t + cste'}$$

3) Le comparateur à hystérésis est inverseur, on a donc :



4)



5) Il faut trouver la durée de chacune des étapes de l'oscillation

* Supposons que l'ALI passe en saturation haute à $t=0$

On a $u(0^+) = -U_0$

or $u(t) \overset{\text{sat haute} \to \text{pos}^\circ 1}{=} \frac{I_0}{C} t + \text{cste}$

$$\underline{u(t) = \frac{I_0}{C} t - U_0}$$

L'ALI bascule en saturation basse à t_1 tq $u(t_1) = U_0$

ie $\frac{I_0}{C} t_1 - U_0 = U_0 \Rightarrow \boxed{t_1 = \frac{2U_0C}{I_0}}$

* Supposons maintenant $t > t_1$: l'ALI est en saturation basse

$u(t) = -\frac{I_0}{C} t + \text{cste}'$ or $u(t_1) = -U_0$

Donc $\text{cste}' = -U_0 + \frac{I_0}{C} t_1$

ie $u(t) = -\frac{I_0}{C}(t - t_1) - U_0$

On a de nouveau une bascule de l'ALI pour $u(t) = U_0$

ie $u(t_2) = -\frac{I_0}{C}(t_2 - t_1) - U_0 = U_0$

$$t_2 - t_1 = \frac{2U_0C}{I_0}$$

Au final, la période est $\boxed{t_2 = \frac{4U_0C}{I_0}}$

Pour avoir $T = 1ms$, il faut $U_0 = \frac{TI_0}{4C} = \underline{25V}$

Exercice 5 - Oscillateur à contrôle automatique du gain (éléments de correction)

1) $$\underline{v_+} = \frac{1}{1 + \frac{(1+j\omega\tau)^2}{j\omega\tau}} \underline{s} \quad \text{et} \quad \underline{v_-} = \frac{R_1}{R_1 + R_2} \underline{s}$$

En RL : $$(j\omega)^2 \tau^2 \underline{s} + j\omega\tau \left(2 - \frac{R_2}{R_1}\right) \underline{s} + \underline{s} = 0$$

ie $$\tau^2 \frac{d^2 s}{dt^2} + \tau \left(2 - \frac{R_2}{R_1}\right) \frac{ds}{dt} + s = 0$$

2) $$R_1 = \frac{R_2}{2}$$

3) $$T_{eq} = T_0 + \frac{1}{\alpha} \left(\frac{R_2}{2R_0} - 1\right)$$

4) $$i = \frac{1}{R_1 + R_2} s$$

Si s a une amplitude trop faible, i est faible, donc l'effet Joule aussi. Ainsi $T < T_{eq}$, donc $R_1 < \frac{R_2}{2}$ → instable
→ l'amplitude de s augmente

5) Inversement, si s est trop gd, $R_1 > \frac{R_2}{2}$ → stable
→ l'amplitude de s ↘

6) La lampe stabilise les oscillations
R_2 impose la T_{eq} du filament. Il faut la choisir de façon à ce que l'ALI ne sature pas avant que T_{eq} soit atteinte.